

## La previsione dell'insolvenza *ex art. 13 co. 3 C.c.i.*: efficacia del test di classificazione binario e dell'analisi discriminante lineare

Alessandro Danovi\* - Alessandro D'Amico†

Sommario: 1. Introduzione - 2. Le caratteristiche dei modelli oggetto dell'esperimento - 3. Evoluzione e teoria dei modelli di previsione dell'insolvenza - 3.1 Visione d'insieme - 3.2 Costruzione dei modelli e metodi di validazione - 3.3 La teoria del test di classificazione binario - 3.4 La teoria dell'analisi discriminante lineare - 3.5 Gli indici prescelti - 4. Analisi empirica, risultati e discussione - 4.1 Preparazione e pulizia del campione - 4.2 Analisi empirica e risultati: l'approccio univariato - 4.3 Analisi empirica e risultati: l'analisi discriminante lineare - 5. Discussione dei risultati - 6. Conclusioni - Bibliografia.

### Abstract

We argue that insolvency forecasting for SMEs will soon become a relevant topic for entrepreneurs and consultants alike, in the wake of the upcoming reform of the Italian bankruptcy law (d.lgs. 14/2019 – Codice della crisi d'impresa e dell'insolvenza), and that data scarcity is the main obstacle to the development of predictive tools for SMEs. In order to introduce the topic to a broader audience, we present an analysis of the history of insolvency prediction models under the light of the reformed legislation, outlining a general framework for the construction of insolvency prediction models for and by Italian small and medium enterprises, in-house or with help from their consultants, in compliance with Article 13 sub. 3 of the Business distress and insolvency Code. We employ the framework to build two classes of models. The first class employs an outdated approach, the univariate dichotomous classification test. The second adopts one that is more widely used in SMEs insolvency prediction: linear discriminant analysis (LDA). We then perform a comparison between the predictive abilities of the two. We draw the conclusion that the former is more effective than the latter, within the limited boundaries of the experiment. Such result is mildly inconsistent with the literature on the topic. We underline how the scarcity of data about Italian SME

---

\* **Alessandro Danovi** è Professore associato di Economia e gestione delle imprese presso il Dipartimento di Scienze aziendali economiche e metodi quantitativi dell'Università degli Studi di Bergamo; e-mail: [alessandro.danovi@unibg.it](mailto:alessandro.danovi@unibg.it).

† **Alessandro D'Amico** è collaboratore presso lo Studio Danovi – Professionisti Associati di Milano; e-mail: [alessandro.damico@danovi.eu](mailto:alessandro.damico@danovi.eu).

limits, both in the empirical set-up and in real life, the accuracy of the LDA. This leads to the conclusion that, in this context, a simpler statistical approach may yield a more satisfactory output. Finally, we suggest how both models could be improved in future research.

**Key words:** previsione, insolvenza, crisi

## 1. Introduzione

Il tema della previsione dell'insolvenza, da sempre oggetto di attenzione degli studiosi<sup>1</sup> e degli operatori, sia in ambito finanziario che manageriale, ha assunto rinnovato interesse alla luce del nuovo Codice della Crisi d'Impresa e dell'Insolvenza (d.lgs. 12 gennaio 2019, n. 14 – C.c.i.). L'articolo 13, in particolare, prevede che gli organi amministrativi valutino lo stato di equilibrio economico-finanziario della propria impresa e, qualora questo non sussista, intraprendano le misure necessarie a ripristinarlo e ad evitare episodi d'insolvenza. La norma prevede che l'equilibrio sia valutato attraverso appositi indici che diano evidenza della sostenibilità dei debiti almeno per i sei mesi successivi e delle prospettive di continuità aziendale per l'esercizio in corso. Allo scopo, al Consiglio nazionale dei dottori commercialisti ed esperti contabili (CNDCEC) è stata attribuita la responsabilità di elaborare gli indici che, valutati unitariamente, consentono di attestare ragionevolmente l'esistenza di uno stato di crisi. Nonostante lo scarno contenuto della nuova norma, la verifica della eventuale sussistenza di uno stato di crisi postula logicamente l'impiego di un modello di previsione che il CNDEC è chiamato a progettare, tenendo conto delle migliori prassi nazionali e internazionali<sup>2</sup>.

Il co. 3 del medesimo articolo autorizza le imprese che non ritengano efficaci, in considerazione delle proprie caratteristiche, gli indici pubblicati dal CNDEC a indicarne di alternativi nella propria Nota Integrativa, allegando l'attestazione di un professionista indipendente che ne certifichi l'adeguatezza. Questo rende possibile che si concretizzi il bisogno, da parte di imprenditori e loro consulenti, di sviluppare modelli *ad hoc* che si adeguino alle diverse esigenze delle aziende italiane, rendendo la conoscenza teorica e pratica degli strumenti di previsione della crisi rilevante per un vasto pubblico.

Alla luce del nuovo obbligo e della possibilità offerta dal terzo comma dell'art. 13 del C.c.i., questo articolo approfondisce il tema della costruzione dei modelli di previsione dell'insolvenza per le PMI, illustrandone la storia e testando l'efficacia di

---

<sup>1</sup> Per una review della letteratura si rinvia al § 3.

<sup>2</sup> La lettera della norma sottolinea la necessità di effettuare la valutazione degli indici "unitariamente", chiarendo, pertanto, che il Consiglio non solo debba individuare gli indici significativi alla rilevazione della crisi, ma anche il modello attraverso il quale essi vadano interpretati e messi in relazione l'uno con l'altro.

due famiglie<sup>3</sup> di modelli, la prima basata sul test di classificazione binario, nella sua versione a una sola variabile, e la seconda sull'analisi discriminante lineare, entrambe costruite nel rispetto dei criteri di redazione deducibili dal nuovo Codice.

Se il framework di riferimento può essere individuato nella letteratura sul tema della analisi previsiva dell'insolvenza e sulla sua evoluzione, l'utilità del contributo consiste nella proposizione di modelli di non elevata complessità, adottabili anche dalle PMI. L'osservazione dei risultati ottenuti tramite l'analisi empirica consente di "validare" l'approccio univariato, seppur con le limitazioni che verranno illustrate. Infatti, l'adeguatezza dell'approccio seguito dal CNDCEC nell'elaborazione degli indici di cui al co. 2 dell'art. 13 non significa che, per talune imprese, non sia giustificabile un approccio alternativo, più efficace per certe realtà specifiche.

## 2. Le caratteristiche dei modelli oggetto dell'esperimento

I modelli di previsione dell'insolvenza sono abitualmente distinti in funzione di alcune caratteristiche: gli indicatori (o indici di bilancio) osservati, l'approccio statistico adottato, il metodo di validazione impiegato e l'oggetto di studio.

Nel C.c.i., la norma elenca gli elementi da considerare ai fini della previsione della crisi di un'impresa: la sua capacità di generare cassa e la sua solidità patrimoniale, senza specificare quali indici vadano adottati per misurare queste grandezze.

Come è ragionevole, la modalità con la quale la scelta va effettuata dipende dal tempo e dalla quantità di dati a disposizione. In questo studio, gli indici sono stati individuati su basi teoriche. Si rimanda al paragrafo 3.5. per un'esposizione più dettagliata delle ragioni che hanno portato a selezionare, nello specifico, gli indicatori adottati in questo studio, tra i molti esistenti. Tenendo conto delle finalità indicate dall'art.13 del C.c.i. l'obiettivo è, da un lato, limitare, per quanto possibile, la complessità dei modelli osservati (poiché, in prospettiva, dovranno essere utilizzati da un pubblico vasto e non sempre fornito di una preparazione approfondita in ambito statistico) e, dall'altro, ricordare che efficacia e accuratezza<sup>4</sup> sono requisiti fondamentali per evitare le ripercussioni negative sul tessuto imprenditoriale che si

---

<sup>3</sup> Una "famiglia" di modelli rappresenta tutti gli strumenti di previsione che fanno uso del medesimo approccio statistico/metodologico.

<sup>4</sup> Un modello è considerato efficace se è in grado di identificare correttamente i segnali dell'esistenza di una crisi. Inoltre, la sua semplicità d'uso aumenta al diminuire del numero di risorse necessarie a impiegarlo. Per ciascuna impresa oggetto di osservazione, un qualsiasi modello di previsione dell'insolvenza fornirà una diagnosi, classificando l'azienda come sana (accettazione dell'ipotesi nulla), oppure in crisi (rigetto dell'ipotesi nulla e accettazione dell'ipotesi di ricerca). Durante la fase di costruzione del modello, la "corretta identificazione" della crisi è verificata confrontando i risultati da esso prodotti con il reale stato di salute delle aziende osservate.

Dall'ipotesi nulla e dall'ipotesi di ricerca appena fornite deriva la definizione, per i modelli di previsione dell'insolvenza presentati in queste pagine, degli errori di primo e secondo tipo.

- Errore I Tipo (falso positivo): azienda sana classificata come in crisi;
- Errore II Tipo (falso negativo): azienda in crisi classificata come sana.

presenterebbero, soprattutto, nel caso in cui aziende sane fossero incorrettamente identificate come prossime all'insolvenza<sup>5</sup>.

Pertanto, nella costruzione dei modelli di previsione dell'insolvenza presentati in queste pagine si è cercato un compromesso tra due requisiti fondamentali: quello della semplicità d'uso e quello dell'efficacia.

### **3. Evoluzione e teoria dei modelli di previsione dell'insolvenza**

#### **3.1 Visione d'insieme**

Lo studio dei modelli di previsione dell'insolvenza è divisibile in quattro periodi: dal 1930 al 1968, dal 1968 al 1980, dal 1980 al 1990 e dal 1990 ad oggi<sup>6</sup>. Ciascuno di questi periodi è stato caratterizzato da un approccio metodologico differente e da livelli sempre crescenti di complessità. Nel primo periodo, lo studio della previsione dell'insolvenza si è concentrato sull'osservazione di indici di bilancio, considerati singolarmente, sviluppando la cosiddetta analisi univariata. I contributi più significativi in questo senso sono Smith (1930), Fitzpatrick (1930, 1931), Smith e Winakor (1935) e Merwin (1942). L'approccio esposto in questi studi consiste nel calcolare il valore medio di diversi indici di bilancio di imprese in crisi, per poi confrontarli con i valori dei medesimi indici di ciascuna impresa del campione, allo scopo di dimostrare che le imprese in difficoltà mostrano caratteristiche simili tra loro. Questo primo approccio non consente di valutare la capacità predittiva dei singoli indicatori, ma solo di evidenziare i *trend* che differenziano le imprese sane da quelle in crisi. Al concludersi del primo periodo, nel 1966, William Beaver introdusse l'idea di verificare la capacità dei singoli indicatori di bilancio di prevedere l'insolvenza, sviluppando il "test di classificazione binario", come discusso più approfonditamente nel paragrafo 3.3. Nel proprio lavoro, Beaver suggerì, come spunto per future ricerche, la possibilità di considerare più indicatori contemporaneamente, aprendo la strada allo sviluppo della disciplina negli anni successivi. Infatti, il secondo periodo, iniziato nel 1968 con la pubblicazione del seminale articolo di E. Altman, ha visto la diffusione del primo modello multivariato: l'analisi discriminante lineare (LDA), il cui impianto teorico è approfondito nel paragrafo 3.4. In seguito alla pubblicazione di questo primo, fondamentale contributo, lo stesso Altman e innumerevoli altri autori hanno applicato questo approccio metodologico alla previsione dell'insolvenza di imprese diverse per dimensioni e industria di riferimento. Risalgono a questo periodo i contributi di Alberici (1975) e Appetiti (1984). Entrambi i lavori impiegano l'analisi discriminante multilineare e ambiscono a sviluppare un modello di previsione dell'insolvenza delle imprese italiane di piccole e medie dimensioni. Il lavoro di Alberici, come è noto, emerge per il tentativo di sviluppare un modello capace di prevedere l'insolvenza con maggiore anticipo. Il terzo periodo è stato caratterizzato

---

<sup>5</sup> Nei modelli presentati, è questa la fattispecie dei falsi positivi.

<sup>6</sup> Gissel, Giacomino, Akers (2007); Altman, Hotchkiss (2006); Alberici (1975); Appetiti (1984).

da modelli probabilistici, in particolare dalla funzione logistica e dalla funzione probit, il cui obiettivo è fornire una misura della probabilità del fallimento di un'impresa, piuttosto che classificarla in quanto sana o malata. Risalta, in questo periodo, il contributo di Martin (1977), nel quale l'autore mette a confronto l'efficacia predittiva della analisi logistica e dell'analisi discriminante lineare, senza riuscire a dimostrare la maggiore accuratezza del primo approccio rispetto al secondo. Ad eccezione di Ohlson (1980), i risultati ottenuti da altre prominenti applicazioni della funzione logistica, quali Mensah (1983), Zmijewski (1984), Casey, Bartczak (1985) sembrano indicare che raramente questo approccio statistico consenta di produrre modelli complessivamente accurati, incorrendo alternativamente in errori di primo o secondo tipo. Gli anni dal 1990 ad oggi hanno assistito alla diffusione di modelli di previsione basati sulle reti neurali, tra i quali ricordiamo Messier, Hansen (1988), Guan (1993), Tsukuda, Baba (1994), El-Temtamy (1995). In numerose applicazioni, le reti neurali hanno dimostrato di possedere il grado maggiore di accuratezza. Tuttavia, questo non sembrerebbe essere sensibilmente superiore rispetto a quello ottenuto nelle applicazioni più efficaci dell'analisi discriminante multivariata. In conclusione, dal confronto tra i risultati ottenuti dai modelli più conosciuti in letteratura, emerge che le reti neurali e l'analisi discriminante sono gli approcci metodologici che producono le previsioni più accurate. Coerentemente con quanto scritto nell'introduzione circa l'intento di proporre modelli non eccessivamente complessi, questo contributo non tratterà ulteriormente le reti neurali.

Nonostante l'evoluzione degli strumenti statistici impiegati nella costruzione di modelli di previsione dell'insolvenza, quelli dedicati alle piccole e medie imprese non sono stati oggetto di altrettanta innovazione. La maggior parte di questi, infatti, ha impiegato l'analisi discriminante lineare (LDA) e multilineare (MDA). I tentativi di adottare strumenti più complessi non hanno, in genere, ottenuto risultati tangibilmente migliori, sebbene, come appena accennato, il consenso generale si sia pronunciato a favore della superiorità delle tecniche più moderne basate sul *machine learning*. Nella tabella di seguito si riportano i riferimenti alla letteratura rilevante in questo senso, per agevolare la discussione e il confronto dei risultati nell'ultima parte dell'elaborato.

**Tabella n. 1 - Riepilogo dei tassi di accuratezza nei principali modelli di previsione dell'insolvenza per le PMI**

Autore	Approccio statistico (n. indici)	Accuratezza (1 anno prima dell'insolvenza)
Edmister (1972)	LDA (7)	Generale: 90%
Gru (1973)	MDA (5)	Aziende in crisi: 85% Aziende sane: 87%
Weinrich (1978)	LDA (NA)	Generale: 89%
Fulmer, Moon, Gavin, Erwin (1984)	MDA (9)	Aziende in crisi: 96% Aziende sane: 100%
Keasey, Watson (1986)	MDA (5)	Aziende in crisi: 70% Aziende sane: 80%
Moses, Liao (1987)	MDA (3)	Aziende in crisi: 85% Aziende sane: 73%
Laitinen (1991)	MDA (6)	Aziende in crisi: 90% Aziende sane: 87.5%
Kiviluoto (1998)	LDA (4)	Aziende in crisi: 52.9% Aziende sane: 93.4%

Fonte: ns. elaborazione da Gissel, Giacomino, Akers (2007)

### 3.2 Costruzione dei modelli e metodi di validazione

Indipendentemente dallo strumento statistico selezionato, la costruzione di ogni modello di previsione dell'insolvenza richiede l'impiego di un campione di aziende, composto sia da imprese sane che in crisi e il cui stato di salute è conosciuto a priori, dai cui indici di bilancio si possano determinare le caratteristiche "generali" che differenziano le imprese sane da quelle che, in futuro, saranno insolventi. Questo campione è definito, nelle pagine seguenti, *training set*. Nella costruzione dei modelli che adottano l'analisi discriminante lineare, questo studio osserva un campione di 1022 imprese italiane. Il campione utilizzato nella costruzione dei modelli con approccio univariato è pari, invece, a 1387 imprese<sup>7</sup>.

Allo scopo di verificare l'affidabilità dei modelli costruiti partendo dal *training set*, è necessario identificare anche un secondo campione di imprese (detto *hold-out set*) il cui stato di salute sia conosciuto a priori. Le imprese che lo compongono vengono classificate usando il modello la cui accuratezza si desidera verificare e i risultati ottenuti per ciascuna impresa sono confrontati con il loro effettivo stato di salute<sup>8</sup>. Se il modello in esame si rivela capace di prevedere accuratamente lo stato di salute delle imprese facenti parte dell'*hold-out set*, allora è possibile farvi affidamento anche per classificare imprese il cui stato di salute non sia conosciuto a priori.

<sup>7</sup> Come conseguenza della necessità di considerare lo stesso numero di imprese sane e in crisi, il campione adottato nella stesura dei modelli che adottano l'analisi discriminante lineare è più ridotto rispetto a quello adottato nella stesura dei modelli con approccio univariato. Ciò è dovuto alla ingente disparità nella disponibilità di dati sulle imprese sane, molto abbondanti, rispetto a quelle in crisi.

<sup>8</sup> L'*hold-out set* di entrambe le famiglie di modelli è composto da 15.126 aziende.

### **3.3 La teoria del test di classificazione binario**

L'approccio metodologico in oggetto è ispirato a quello adottato da W. Beaver nel suo articolo "*Financial ratios as predictors of failure*" (1966). Beaver proponeva l'adozione di un test di classificazione binario che osservasse gli indici di bilancio individualmente. Questa tecnica, poiché fonda la propria capacità predittiva su una sola variabile e non sullo studio di più indici contemporaneamente, è riconducibile all'"approccio univariato" che ha caratterizzato la disciplina della previsione dell'insolvenza tra il 1930 e il 1968. Dall'osservazione del *training set*, Beaver identificava, per un indice selezionato e procedendo per tentativi ed errori, il valore "soglia" (*cut-off value*) che consentisse di distinguere, con il miglior grado di accuratezza, le imprese sane da quelle in crisi.

La regola di classificazione era la seguente:

Se  $\text{indicatore}(\text{impresa}) < \text{indicatore}(\text{cut-off}) \rightarrow$  impresa in crisi;

Se  $\text{indicatore}(\text{impresa}) > \text{indicatore}(\text{cut-off}) \rightarrow$  impresa sana.

Il test di classificazione binario appena descritto si distingue da quello impiegato nell'esperimento presentato in questo studio nella modalità di individuazione del *cut-off value*. Quest'ultimo, infatti, è realizzato tenendo conto dell'ipotesi che una delle priorità sia ridurre i falsi positivi entro un limite prestabilito; supponendo, in altre parole, che sia accettabile produrre un modello meno accurato, purché gli errori di primo tipo siano adeguatamente contenuti. Questa scelta è dettata dalle diverse conseguenze che i due tipi di errori hanno sulle imprese che impiegano il modello di previsione dell'insolvenza<sup>9</sup>.

La scelta di impiegare questo strumento statistico si pone in contraddizione con la prassi in materia di modelli per la previsione dell'insolvenza delle PMI, i quali, come riepilogato nella Tabella 1, impiegano quasi unanimemente varianti dell'analisi discriminante lineare, descritta di seguito. Tale scelta è stata effettuata in considerazione del fatto che il test di classificazione binario è, in assoluto, lo strumento più semplice per prevedere la crisi e quindi quello con maggiori probabilità di essere adottato dal grande pubblico. Inoltre, il suo funzionamento richiede dati di facile reperimento, dandogli un vantaggio rispetto a strumenti più sofisticati, ma che risentono maggiormente della scarsità di dati.

### **3.4 La teoria dell'analisi discriminante lineare**

L'analisi discriminante lineare è una tecnica statistica che consente di classificare un oggetto come appartenente a uno di due o più gruppi, identificati da una

---

<sup>9</sup> L'errata classificazione di un'impresa sana come in crisi potrebbe causare una catena di eventi che la porterebbe a trovarsi realmente in difficoltà, a causa, per esempio, del danno reputazionale subito nell'accesso alla procedura di ricomposizione assistita della crisi. Dall'altra parte, il mancato riconoscimento di un'impresa in crisi come tale non avrebbe conseguenze altrettanto gravi. Questo perché, visto l'orizzonte temporale della previsione della crisi di soli sei mesi, l'impresa si ritroverebbe presto a doversi valutare nuovamente e, aumentando nel tempo la probabilità che i segnali della crisi diventino più chiari, aumenterebbe ugualmente la probabilità di una corretta classificazione.

caratteristica di tipo qualitativo, determinati a priori. Il primo impiego di questo strumento statistico risale a Fisher (1936), nel quale venne utilizzato per risolvere il problema della classificazione tassonomica di due specie animali in gruppi distinti, sulla base delle caratteristiche fisiche degli individui che le costituiscono. Nel caso di specie, gli oggetti della classificazione sono imprese che possono appartenere, alternativamente, al gruppo delle aziende "sane" o a quello delle aziende "in crisi". La classificazione di ciascuna di esse è effettuata osservandone gli indici di bilancio e confrontandone i valori con quelli degli indici delle altre aziende. Come nel caso del test di classificazione binario, anche i modelli che impiegano la LDA vengono costruiti a partire da un training-set, dalla cui osservazione è possibile dedurre quali caratteristiche contraddistinguono le imprese sane e quelle in crisi. Per ciascuna di esse, l'analisi discriminante produce un valore che ne "riassume" le caratteristiche e ne consente la classificazione<sup>10</sup>.

L'esempio più celebre di adozione della LDA è lo z-score di E. Altman. Mentre non ci sono differenze nell'approccio statistico tra lo z-score e il modello qui presentato, i due fanno uso di indicatori contabili differenti. Lo z-score osserva il rapporto tra varie dimensioni dell'andamento aziendale e il totale dell'attivo, mentre il modello qui proposto, in accordo con la lettera dell'articolo 13 C.c.i., tiene conto del rapporto tra la capacità di un'azienda di generare cassa e il suo debito e del suo rapporto fra mezzi propri e di terzi.

### **3.5 Gli indici selezionati**

Gli indici adottati nella costruzione dei modelli presentati in questo studio sono stati selezionati sulla base della teoria di previsione della crisi del "cash-flow model"<sup>11</sup>. Chi scrive è consapevole che questo metodo di selezione, conseguenza della scarsa disponibilità di dati contabili delle PMI italiane, è sub-ottimale rispetto alla selezione per prove ed errori di ciascun indice sulla base della relativa significatività statistica. Il modello teorico adottato considera le imprese come portafogli di attività liquide, le cui dimensioni sono incrementate o ridotte a seconda dei diversi eventi della vita dell'azienda. Le attività liquide costituiscono una riserva utilizzata per rispettare le obbligazioni di carattere finanziario. Perciò, la probabilità di insolvenza è pari alla probabilità che la riserva di attività liquide si esaurisca o, in altre parole, alla capacità di un'impresa di generare cassa. Tra i numerosi indici contabili che rappresentano questa capacità, quelli utilizzati in questo studio sono stati selezionati in quanto particolarmente conosciuti e semplici da calcolare. Inoltre, essi sono stati, recentemente, oggetto di attenzione nella letteratura italiana specializzata. Il primo indice adottato (Ebitda/ Oneri finanziari)<sup>12</sup> rappresenta il rapporto tra oneri finanziari di un'impresa e la sua capacità di generare cassa. Il

---

<sup>10</sup> Resti, Sironi (2007).

<sup>11</sup> Walter (1957).

<sup>12</sup> Rodano (2019).

secondo indice (FCFO/ PFN)<sup>13</sup> rappresenta, invece, il rapporto tra la cassa generata e lo stock del debito. Questi due indicatori, se adottati contemporaneamente, catturano il rapporto tra il flusso di cassa operativo di un'impresa e il suo debito, sia dal punto di vista economico che patrimoniale. L'osservazione di entrambi gli aspetti ha lo scopo di tenere conto del fatto che un aumento della massa di debito, anche se non ha effetti immediati sul conto economico, può comunque essere un segnale di crisi<sup>14</sup>. Il terzo indice, infine, è il rapporto fra mezzi di terzi e mezzi propri (D/E) ed è preso in esame in quanto rappresentativo della resistenza di un'impresa a eventuali diminuzioni della propria capacità di generare cassa.

## 4. Analisi empirica, risultati e discussione

### 4.1 Preparazione e pulizia del campione

L'analisi empirica è stata svolta su tre campioni di imprese, appartenenti alle Divisioni ATECO G-46 ( $N_{LDA} = 560$ ;  $N_{AU} = 792$ ), F-41 ( $N_{LDA} = 224$ ;  $N_{AU} = 254$ ) e G-47 ( $N_{LDA} = 238$ ;  $N_{AU} = 341$ )<sup>15</sup>, per rispecchiare il requisito dell'art. 13 che richiede di adottare indicatori differenziati secondo le classificazioni ISTAT. Per ciascuna divisione è stato individuato sia un *training set* che un *hold-out set*. I dati di bilancio utilizzati sono stati estratti dal database AIDA del Bureau Van Dijk e coprono il triennio 2015-2017. Nel tentativo di trovare un compromesso tra quantità sufficienti di dati e omogeneità delle imprese considerate, sono state selezionate solo imprese con un fatturato tra uno e cinquanta milioni di euro. Dai dati di bilancio estratti dal database sono stati calcolati gli indicatori elencati in precedenza, è stato verificato che questi non fossero correlati tra loro ed eventuali *outliers* sono stati eliminati.

L'esperimento è costituito dal confronto tra i risultati ottenuti dalle due famiglie di modelli, la prima caratterizzata dall'approccio univariato e la seconda dalla LDA.

### 4.2 Analisi empirica e risultati: l'approccio univariato

I risultati dell'approccio univariato sono esposti nella Tabella 2 e 3, divise orizzontalmente in una sezione per ciascuna divisione ATECO studiata, riportano rispettivamente i risultati dei *training set* e quelli degli *hold-out set*. Sono stati selezionati tre livelli di confidenza (70%, 80% e 90%) nell'individuazione delle imprese in crisi e la Tabella riporta i risultati per ciascuno di questi.

---

<sup>13</sup> Ranalli (2017).

<sup>14</sup> Questo è vero, in particolare, quando l'incremento dello stock di debito è accompagnato da una riduzione del flusso di cassa della gestione operativa.

<sup>15</sup> La dicitura  $N_{LDA}$  indica la dimensione dei training set dei modelli che adottano l'analisi discriminante lineare.  $N_{AU}$ , invece, indica la dimensione dei training set dei modelli con approccio univariato. La divisione G-46 contiene aziende operanti nel settore del commercio all'ingrosso, F-41 in quello della costruzione di edifici e G-47 del commercio al dettaglio.

**Tabella n. 2 – Riepilogo risultati approccio univariato *training set***

	Dimensioni campione trimmed		% Copertura (Accuracy Crisi)	Accuracy Ebitda/Oneri Finanziari (Sane)	Accuracy Nopat/PFN
<b>G-46</b>	Sane	512	70,00%	94,53%	73,63%
	Crisi	280	80,00%	83,98%	52,54%
	Totale	792	90,00%	69,92%	33,01%
<b>F-41</b>	Sane	142	70,00%	82,39%	82,39%
	Crisi	112	80,00%	44,37%	65,49%
	Totale	254	90,00%	17,61%	16,90%
<b>G-47</b>	Sane	222	70,00%	85,59%	60,81%
	Crisi	119	80,00%	70,72%	37,39%
	Totale	341	90,00%	50,90%	27,48%

Fonte: ns. elaborazione

**Tabella n. 3 – Riepilogo risultati approccio univariato *hold-out set***

	Dimensioni campione hold-out trimmed		% Copertura (Accuracy Crisi TS)	Accuracy Ebitda/Oneri Finanziari (Sane)	Accuracy Nopat/PFN (Sane)
<b>G-46</b>	Sane	636	70,00%	93,55%	71,07%
			80,00%	80,66%	48,74%
			90,00%	67,77%	27,52%
	Crisi	798	70,00%	60,03%	63,78%
			80,00%	79,07%	79,07%
			90,00%	86,59%	86,22%
	Totale	1434			
<b>F-41</b>	Sane	4661	70,00%	77,64%	74,13%
			80,00%	51,02%	53,01%
			90,00%	25,12%	23,28%
	Crisi	425	70,00%	68,47%	48,71%
			80,00%	86,59%	76,00%
			90,00%	96,00%	92,71%
	Totale	5086			
<b>G-47</b>	Sane - A	4815	70,00%	80,19%	52,42%
			80,00%	66,40%	31,26%
			90,00%	43,16%	21,29%
	Crisi	311	70,00%	73,63%	72,67%
			80,00%	82,32%	87,46%
			90,00%	92,60%	91,64%
	Sane - B	3480	70,00%	76,06%	48,71%
			80,00%	60,72%	28,71%
			90,00%	38,88%	20,00%
	Totale	8606			

Fonte: ns. elaborazione

Ad esempio, si osservi il risultato del *training set* della Divisione G-46, per il livello di confidenza nell'individuazione delle imprese in crisi del 70%. Per quella riga della tabella si hanno due valori: 94.53% per l'accuratezza di Ebitda/ Oneri finanziari e 73.63% per l'accuratezza del rapporto tra flusso di cassa della gestione operativa e PFN (FCFO/ PFN). Quindi, prendendo ad esempio Ebitda/ Oneri finanziari, il risultato di quella riga è leggibile come: accuratezza dell'identificazione delle imprese sane pari al 94.53% e delle imprese in crisi pari al 70%.

I risultati dei campioni *hold-out*, interpretabili dalla Tabella nello stesso modo dell'esempio appena descritto, sono simili a quelli dei rispettivi *training set*.

### 4.3 Analisi empirica e risultati: l'analisi discriminante lineare

L'*output* dell'analisi discriminante lineare consiste in una funzione discriminante, che consente di combinare linearmente i valori degli indicatori osservati per assegnare a ciascuna impresa un punteggio, detto fattore discriminante. Dall'insieme dei fattori discriminanti è possibile calcolare un valore di *cut-off* che separi le aziende sane (quelle con fattore discriminante maggiore del valore di *cut-off*) e quelle in crisi (con fattore discriminante inferiore al *cut-off*).

I risultati ottenuti da questo approccio, simili per le tre Divisioni considerate, sia per quanto riguarda i *training set* che gli *hold-out set*, sono esposti nella Tabella 4 e 5, rispettivamente.

**Tabella n. 4 – Riepilogo risultati analisi discriminante lineare *training set***

	Dimensioni campione trimmed		Accuracy	Type I Error	Type II Error
<b>G-46</b>	Sane	280	80,36%	19,64%	NA
	Crisi	280	58,21%	NA	41,79%
	Totale	560	<b>69,285%</b>		
<b>F-41</b>	Sane	112	90,18%	9,82%	NA
	Crisi	112	58,93%	NA	41,07%
	Totale	224	<b>74,555%</b>		
<b>G-47</b>	Sane	119	66,39%	33,61%	NA
	Crisi	119	59,66%	NA	40,34%
	Totale	238	<b>63,025%</b>		
<b>Totale</b>	Sane	511	79,26%	20,74%	NA
	Crisi	511	58,71%	NA	41,29%
	Totale	1022	<b>68,982%</b>		

Fonte: ns. elaborazione

**Tabella n. 5 – Riepilogo risultati analisi discriminante lineare *hold-out set***

	Dimensioni campione hold-out trimmed		Accuracy	Type I Error	Type II Error
<b>G-46</b>	Sane	636	82,86%	17,14%	NA
	Crisi	798	47,74%	NA	52,26%
	Totale	1434	<b>63,316%</b>		
<b>F-41</b>	Sane	4661	84,08%	15,92%	NA
	Crisi	425	35,06%	NA	64,9644%
	Totale	5086	<b>79,984%</b>		
<b>G-47</b>	Sane - A	4815	64,82%	35,18%	NA
	Crisi	311	67,52%	NA	32,48%
	Sane - B	3480	61,58%	38,42%	NA
	Totale	8606	<b>63,607%</b>		
<b>Totale</b>	Sane	13592	71,44%	28,56%	NA
	Crisi	1534	48,24%	NA	51,76%
	Totale	15126	69,09%		

Fonte: ns. elaborazione

L'accuratezza complessiva dei *training set* varia da un minimo di 63,025% a un massimo di 74,555%. Gli stessi valori presentano grandezze analoghe negli *hold-out set*, in un intervallo tra il 63.316% e il 79.984%. L'accuratezza nell'identificazione delle imprese sane spazia in un intervallo compreso tra un minimo di 66.39% a un massimo di 90.18% nei training set. Negli *hold-out set*, invece, lo stesso valore oscilla tra il 64.82% e l'84.08%. L'accuratezza nell'individuazione delle imprese in crisi presenta, invece, trend notevolmente diversi tra training e *hold-out set*. Nei training set tale accuratezza si aggira intorno al 60%, mentre negli *hold-out set* varia nell'intervallo tra 35.06% e 67.52%.

Si sospetta che la causa di tale differenza sia da ricercare nel fatto che i campioni *hold-out* delle imprese in crisi provengono dal triennio precedente rispetto a tutti gli altri campioni<sup>16</sup>.

In entrambi i gruppi di campioni, si notano differenze significative tra l'accuratezza ottenuta nella classificazione delle imprese sane, cioè errori di primo tipo, e in quella nella classificazione delle imprese in crisi, cioè gli errori di secondo tipo. Infatti, la LDA si è dimostrata considerevolmente più efficace nell'identificare correttamente le imprese sane che non quelle in crisi. Osservando la distribuzione dei valori degli indicatori (Grafico 1, Grafico 2) è possibile concludere che questa differenza è dovuta al fatto che le imprese sane presentano valori degli indicatori

<sup>16</sup> Questa caratteristica dell'impianto sperimentale è stata dettata dalla necessità di reperire un numero sufficiente di osservazioni e non sorprende che i risultati siano penalizzati dal differente arco temporale considerato.

sufficientemente differenti dai valori degli stessi indicatori delle aziende in crisi e questo ne consente la corretta classificazione, aumentando l'accuratezza del modello. Tuttavia, lo stesso non può essere detto delle imprese in crisi, i cui valori mediani degli indicatori sono, invece, simili a quelli di alcune imprese sane e ciò fa sì che la LDA classifichi erroneamente alcune aziende in crisi come se fossero sane.

**Grafico n. 1 - Distribuzione dell'indicatore FCFO/ PFN tra imprese sane e in crisi**



Fonte: ns. elaborazione

**Grafico n. 2 - Distribuzione dell'indicatore Ebitda/ Oneri finanziari tra imprese sane e in crisi**



Fonte: ns. elaborazione

## 5. Discussione dei risultati

I risultati degli esperimenti sono esposti mettendo in evidenza la percentuale di accuratezza dei modelli, misurata sia sui *training* che sugli *hold-out set*. L'accuratezza complessiva (generale) di un modello è data dalla media aritmetica dell'accuratezza da esso ottenuta nella classificazione delle imprese sane e di quelle in crisi. La media aritmetica viene utilizzata per tenere in conto l'asimmetria tra il numero di imprese sane e malate, soprattutto negli *hold-out set*. Ciononostante, il dato generale ha rilevanza limitata, pertanto nella tabella di seguito sono riportati i tassi di accuratezza nell'identificazione sia delle imprese sane che di quelle in crisi.

**Tabella n. 6 – Riepilogo tassi di accuratezza globali *hold-out set***

Divisione	Accuratezza approccio univariato (Ebitda/ Oneri finanziari, livello di confidenza: 70%)	Accuratezza approccio univariato (Ebitda/ Oneri finanziari, livello di confidenza: 80%)	Accuratezza approccio univariato (Ebitda/ Oneri finanziari, livello di confidenza: 90%)	Accuratezza analisi discriminante lineare
G-46 Commercio all'ingrosso	Az. in crisi: 60% Az. sane: 93.55% Generale: 77%	Az. in crisi: 79.07% Az. sane: 80.66% Generale: 80%	Az. in crisi: 86.59% Az. sane: 67.77% Generale: 77%	Generale: 65%
F-41 Costruzione di edifici	Az. in crisi: 68.47% Az. sane: 77.64% Generale: 73%	Az. in crisi: 86.59% Az. sane: 51.02% Generale: 69%	Az. in crisi: 96% Az. sane: 25.12% Generale: 60%	Generale: 60%
G-47 Commercio al dettaglio	Az. in crisi: 73.63% Az. sane: 78% Generale: 76%	Az. in crisi: 82.32% Az. sane: 63% Generale: 73%	Az. in crisi: 92.60% Az. sane: 40% Generale: 66%	Generale: 65%

Fonte: ns. elaborazione

Entrambi i modelli mostrano livelli di accuratezza inferiori a quelli raggiunti, in media, dagli studi elencati al paragrafo 3.1. In altre circostanze, infatti, modelli di previsione dell'insolvenza delle PMI hanno mostrato tassi di accuratezza complessivi che spaziano dal 75% al 98%, dimostrando, tuttavia, importanti differenze tra la capacità di identificare correttamente le imprese sane rispetto a quelle in crisi, come nel caso di Kiviluoto (1998). In Beaver (1966), gli *hold-out set* dell'approccio univariato hanno ottenuto un'accuratezza minima, nell'identificazione delle imprese in crisi, del 79% e massima del 92%, contro un valore massimo, per l'indicatore Ebitda/ Oneri finanziari considerato in questo lavoro, pari all'80% riscontrato nella Divisione G-46 e un valore minimo pari al 60% riscontrato nella Divisione G-47<sup>17</sup>. La differenza nei livelli di accuratezza è dovuta, probabilmente, al metodo di selezione del campione in Beaver (1966), costruito appositamente per garantire la corrispondenza tra le condizioni operative delle imprese sane e di quelle in crisi, controllando che non differiscano troppo in

<sup>17</sup> L'accuratezza è calcolata come il complementare della media aritmetica delle percentuali di errore.

dimensione e mercato di riferimento. Una selezione così meticolosa del campione, da una parte, rende il modello meno rappresentativo dell'economia nel suo complesso e quindi meno applicabile in altre circostanze, nonché più criticabile sotto l'aspetto del metodo scientifico. Dall'altra, però, garantisce risultati superiori in termini di accuratezza rispetto a un campione selezionato casualmente, come quello impiegato in questo studio. Questo approccio potrebbe ottenere livelli di efficacia maggiori se i suoi valori di *cut-off* fossero calcolati su campioni più ampi e maggiormente rappresentativi della popolazione nel suo complesso. Senza dubbio, la differente modalità di selezione dei due campioni costituisce una limitazione della capacità di mettere a confronto i risultati ottenuti dai due modelli, influenzando, almeno parzialmente, le conclusioni di questa osservazione empirica.

Allo stesso modo, gli *hold-out set* del modello LDA esposto in questo lavoro hanno dimostrato un'accuratezza del 65% per la Divisione G-46, 60% per la Divisione F-41 e 65% per la Divisione G-47, a fronte di un valore ottenuto in Altman (1968) del 79%. In quello studio il campione è *hand-picked* come in Beaver (1966): imprese sane e in crisi sono accoppiate una ad una fra loro, per ridurre eventuali *selection bias*. Nel caso oggetto di studio, invece, la selezione dei campioni avviene su basi del tutto casuali, raccogliendo tutte le informazioni disponibili su determinati gruppi di imprese. Sebbene, da una parte, questo renda il modello proposto in questo lavoro più diffusamente applicabile nel mondo reale, dall'altra ne riduce sensibilmente l'accuratezza. L'accuratezza inferiore alla media storica dei modelli con LDA, d'altra parte, appare penalizzata dal numero ridotto di indicatori<sup>18</sup> utilizzati in questo esperimento e potrebbe essere migliorata sia impiegandone di più che selezionandone di specifici per ciascuna Divisione ATECO, così da rappresentare più efficacemente le diverse realtà operative dei vari settori industriali. La medesima logica è stata impiegata dal Consiglio nazionale dei dottori commercialisti nella determinazione delle soglie del proprio modello.

Le limitazioni nella selezione del campione per la costruzione dei modelli presentati in queste pagine sono dovute, prevalentemente, alla penuria e alla scarsa qualità dei dati contabili riguardanti le PMI. Questo ostacolo, incontrato anche in altri contesti di studio della probabilità di *default* delle PMI, come riportato, ad esempio, in Edmister (1972) è fisiologico dati i minori obblighi di trasparenza e complessità organizzativa di queste imprese.

Dal confronto tra i risultati ottenuti dalle due famiglie di modelli, osservate nel limitato contesto di questo esperimento e distinguendo in base a ciascuna Divisione, sembra che l'approccio univariato produca previsioni, in media, più accurate rispetto all'analisi discriminante lineare.

Questo risultato è lievemente in contraddizione con la letteratura<sup>19</sup>, che, storicamente, riconosce all'analisi discriminante lineare una maggiore capacità predittiva. Senza dubbio ciò è dovuto, almeno in parte, all'impianto sperimentale adottato. Infatti, in aggiunta alle limitazioni già esposte circa la selezione dei

---

<sup>18</sup> Si pensi al modello Z-score di E. Altman, che faceva uso di 5 indicatori, anziché 3.

<sup>19</sup> Per una panoramica esaustiva dei livelli di accuratezza dei modelli di previsione dell'insolvenza sviluppati negli anni, è possibile fare riferimento al già citato articolo pubblicato da Gissel, Giacomino, Akers nel 2007.

campioni e la scarsità di dati contabili, è emerso dall'osservazione congiunta delle funzioni discriminanti delle tre Divisioni studiate che il peso attribuito dal modello all'indicatore Ebitda/ Oneri finanziari sia, per ciascuna di esse, poco rilevante. Questo dimostra che una selezione degli indici basata su considerazioni di carattere esclusivamente teorico, come nel caso di questo lavoro, non comporta necessariamente buoni risultati e rappresenti, come accennato nel paragrafo 3.5, una limitazione dell'impianto sperimentale. Il rapporto tra flusso di cassa della gestione operativa e PFN, d'altra parte, si è rivelato più significativo. Questo ostacolo ha comportato che, *de facto*, il modello basato sulla LDA considerasse solo 2 indici, ponendolo molto al di sotto del numero di indicatori solitamente inclusi in modelli analoghi. In letteratura, il numero di indicatori considerati in modelli LDA o MDA varia, in media, dai cinque considerati in Altman (1968), ai sette impiegati in Edmister (1972), con un minimo di tre in Moses, Liao (1987) e un massimo di nove in Fulmer, Moon, Gavin (1984).

Per concludere, le principali limitazioni della ricerca sono da identificarsi, in primo luogo, nei differenti metodi di selezione dei campioni utilizzati nell'osservazione empirica proposta in queste pagine, rispetto agli studi adottati come *benchmark*. Inoltre, la penuria di dati di bilancio affidabili ha provocato una serie di limitazioni fra loro connesse: la necessità di selezionare gli indici osservati su base teorica anziché empirica e, di conseguenza, il numero esiguo di indicatori considerati dal modello LDA. Quest'ultima limitazione, pur non modificando la *performance* dell'approccio univariato, potrebbe aver influenzato la conclusione, oggettivamente anomala rispetto al consenso in letteratura, che l'approccio univariato sia più accurato di quello multivariato. D'altra parte, le difficoltà nel reperimento dei dati ai fini dell'esperimento sono indicative di una riconosciuta scarsità e incostanza delle informazioni di bilancio relative alle PMI italiane, che rappresenta uno degli aspetti del nostro tessuto imprenditoriale che la Riforma della Crisi d'impresa ambisce a migliorare. È ragionevole ipotizzare che gli stessi limiti emergerebbero anche in un contesto di reale utilizzo di questi strumenti.

## 6. Implicazioni teoriche e manageriali

Sotto il profilo teorico, l'osservazione dei risultati ottenuti dai modelli descritti in queste pagine, al netto dei limiti già illustrati dell'impianto sperimentale, consente di identificare un approccio come più accurato dell'altro. Dalla discussione delle limitazioni incontrate, emerge quanto la penuria di dati ostacoli lo sviluppo di modelli efficaci tanto più quanto questi sono complessi. La semplicità nello sviluppo, nella comprensione e nell'uso dell'approccio univariato sono, infatti, di gran lunga maggiori rispetto all'analisi discriminante lineare, sebbene i due approcci siano stati sviluppati a pochi anni di distanza. La limitazione nell'accesso dei dati è, secondo chi scrive, la problematica principale contro la quale le imprese e i loro consulenti dovranno scontrarsi se vorranno sviluppare modelli di previsione dell'insolvenza

propri<sup>20</sup>. Chi scrive è consapevole, e non intende in alcun modo mettere in dubbio, che i modelli “moderni” siano più efficaci sul piano pratico e più solidi sul piano teorico, ma i risultati di questo lavoro portano alla conclusione che un approccio statistico, ancorché più datato e poco utilizzato, ma estremamente semplice, come il test di classificazione binario possa ancora rivelarsi utile, nel contesto italiano, alla luce della riforma della legge fallimentare.

Ciò conferma, peraltro, l'adeguatezza dell'approccio adottato dal CNDCEC, che consiste in una versione del test di classificazione binario studiata appositamente per ridurre i casi di falsi positivi, e fornisce motivi per approfondire lo studio dei modelli basati su questo strumento statistico. Questo, nelle sue versioni più elaborate, potrebbe rivelarsi strumento adeguato al contesto italiano, per ora ostacolato dalla penuria di dati. Future ricerche sul tema potranno concentrarsi su una selezione empirica degli indici utilizzati nella LDA e mettere a confronto i risultati ottenuti da questo approccio con quelli ottenuti da modelli più elaborati dell'approccio univariato.

Sotto il profilo delle implicazioni manageriali, le indicazioni qui contenute potranno essere riprese dalla direzione delle imprese (e dai loro professionisti) che desiderassero elaborare modelli proprietari, più adeguati al singolo caso, qualora il modello standard del CNDCEC non fosse tale da considerare le loro peculiarità. Allo stato attuale, questo è un problema sentito, specie nell'attuale momento di incertezza che, come naturale, caratterizza ogni innovazione normativa. Un'altra implicazione manageriale della norma cui non si può non fare cenno è la necessità di dedicare risorse all'istituzione di adeguati assetti organizzativi e al miglioramento (sia in termini di efficacia che di puntualità) dei sistemi di controllo di gestione. Sotto questo profilo ci si augura che l'articolo, mostrando la validità di approcci “semplici”, possa costituire un aiuto nello sviluppo delle riflessioni manageriali necessarie ai fini del recepimento del nuovo Codice, tale da portare ad un impiego più diffuso degli strumenti di prevenzione dell'insolvenza.

---

<sup>20</sup> Questo lascia presupporre che tale attività verrà svolta da operatori specializzati, ad oggi, magari, ancora inesistenti. Questi si faranno carico degli investimenti necessari al reperimento dei dati, giustificandolo con i ritorni attesi dalle economie di scala derivanti dalla diffusione dei propri modelli. Dai risultati di questo lavoro è possibile concludere, pertanto, che l'articolo 13 del Codice della crisi costituisca l'opportunità di creare una nuova nicchia nel mercato dei servizi alle imprese, al quale gli amministratori dovranno rivolgersi. Infine, considerata la scarsità dei dati, è possibile prevedere che da questa interazione le imprese saranno progressivamente incentivate a produrre dati di maggior qualità, migliorando i propri sistemi di contabilità e di controllo gestionale.

## Bibliografia

- Alberici, A. (1978), *Analisi dei bilanci e previsione delle insolvenze*, Milano, Isedi.
- Altman, E. (1968). "Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy". *The Journal of Finance*, Vol. 23(4): 589-609.
- Altman, E. (1984). "The success of business failure prediction models, An international survey". *Journal of banking and finance*, Vol. 8: 171-198.
- Appetiti S. (1984), "L'utilizzo dell'analisi discriminativa per a previsione delle insolvenze: ipotesi e test per un'analisi dinamica", *Servizio Studi della Banca d'Italia - Temi di discussione*.
- Beaver, W. (1966). "Financial ratios as predictors of failure". *Journal of Accounting Research*, 5: 71-111.
- Altman, E. Hotchkiss, E. (2006) *Corporate Financial Distress and Bankruptcy*, 3 ed. New Jersey, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc.
- Brodi, E. (2018). "Tempestiva emersione e gestione della crisi d'impresa. Riflessioni sul disegno di un efficiente sistema di allerta e composizione". *Questioni di economia e finanza, Banca d'Italia*.
- Caouette, J. Altman, E. Narayanan, P., Nimmo R. (2008) *Managing credit risk*, 2 ed, New Jersey, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc.
- Danovi, A. Giacomelli, S. Riva, P. Rodano, G. (2018). "Strumenti negoziali per la soluzione delle crisi d'impresa", *Questioni di economia e finanza, Banca d'Italia*.
- Danovi, A. Ranalli, R. (2018). "Preparazione delle imprese alla riforma della legge fallimentare".
- Gissel, J. Giacomino, D. Akers, A. (2007). "A review of bankruptcy prediction studies: 1930-Present". *Journal of financial education* (33).
- Danovi, A. Acciaro, G. (2019) *Crisi d'impresa, Procedura di allerta e di composizione assistita della crisi*, Milano: Il Sole 24 Ore.
- Edmister, R. (1972) "An empirical test of financial ratios analysis for small business failure prediction". *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 7(2).
- Fisher, R.A. (1936), "The use of multiple measurements in taxonomic problems", *Annals of Eugenics*, Vol. 7 (2): 1-11.
- Martin, D. (1977), "Early warning of bank failures: A logit regression approach", *Journal of Banking and Finance*, Vol 1: 249-276.
- Mensah, Y. (1983), "The differential bankruptcy predictive ability of specific price level adjustments: Some empirical evidence". *The Accounting Review*, Vol. 58(2): 228-246.
- Merwin, C. (1942), *Financing small corporations*, New York, Bureau of economic research.
- Messier, Jr. W., Hansen. J. (1988), "Inducing rules for expert system development: An example using default and bankruptcy data". *Management Science*, Vol. 34(12): 853-868.
- Ohlson, J. (1980), "Financial ratios and the probabilistic prediction of bankruptcy". *Journal of Accounting Research*, Vol. 18 (1): 109-131.

- Ranalli, R. (2017). "Gli indicatori di allerta nel testo del disegno di legge delega della riforma fallimentare approvato dalla camera; esame critico; rischi per il sistema delle imprese". *Crisi d'impresa e fallimento*.
- Resti, A., Sironi, A. (2007), *Risk Management and Shareholders' Value in Banking: From Risk Measurement Models to Capital Allocation Policies*, New Jersey, Hoboken: John Wiley and Sons, Inc.
- Rodano, G. (2019). "Zombie firms in Italy, a critical assessment", *Questioni di economia e finanza, Banca d'Italia*.
- Smith, F.R. (1930), "A test analysis of unsuccessful industry companies", *Bureau of Business Research, n. 31*, University of Illinois.
- Smith, F. R., Winakor, A.H. (1935), "Changes in financial structure of unsuccessful corporations", *Bureau of Business Research, n. 31*, University of Illinois.
- Tsukuda, J., Baba S. (1994), "Predicting Japanese corporate bankruptcy in terms of financial data using neural network". *Computers and Industrial Engineering, Vol. 27*: 445-448.
- Commissione Rordorf. (2017). Bozza di "Codice della Crisi e dell'Insolvenza".
- Consiglio nazionale dei dottori commercialisti e degli esperti contabili (2019) "Gli indici dell'allerta ex art. 13 co. 2 Codice della Crisi e dell'Insolvenza".
- D. Lgs. 12 gennaio 2019, n. 14, in materia di "Crisi d'Impresa e dell'Insolvenza".
- Legge Delega 19 ottobre 2017, n. 155, "Delega al Governo per la riforma delle discipline della crisi d'impresa e dell'insolvenza".
- Schema di D. Lgs recante Codice della Crisi d'Impresa e dell'Insolvenza in attuazione della legge 19 ottobre 2017, n. 155.